

Физика (и математика) электрических стримеров

Николай Лехтинен

Birkeland Center for Space Science
University of Bergen, Norway
XIX Научная школа “Нелинейные Волны-2020”

3 марта 2020 года

Введение

Примеры стримеров

Рентгеновское излучение от электрических разрядов

Процессы в стримерах

Механизм стримера

Гидродинамическая модель стримера

Параметрическая модель стримера

Зачем она нужна

Цель и подход

Система уравнений

Аналогия с теорией плоского ионизационного фронта

Результаты для лабораторных условий (STP)

Положительные стримеры

Отрицательные стримеры

Пороговые поля

Итоги

Стримеры — это каналы повышенной ионизации в газа (или жидкости), которые распространяются, ионизируя материю впереди себя повышенным полем на конце

Показан лабораторный разряд с межэлектродным промежутком ~ 1 м и напряжением $\sim MV$. Видна разветвлённая стримерная структура.

Где встречаются:

1. в природе: молния, спрайты;
2. в промышленности (создание супратермальных электронов).

[Kochkin et al., 2014, Fig. 8]



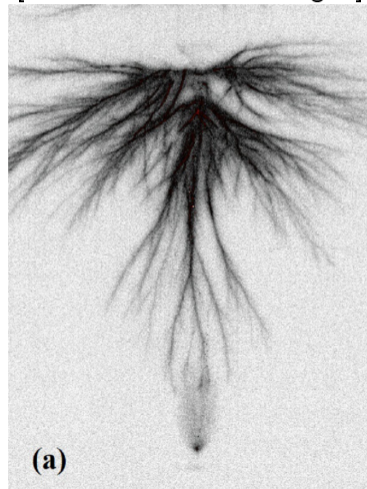
Стримеры — это каналы повышенной ионизации в газа (или жидкости), которые распространяются, ионизируя материю впереди себя повышенным полем на конце

Показан лабораторный разряд с межэлектродным промежутком ~ 1 м и напряжением $\sim MV$. Видна разветвлённая стримерная структура.

Где встречаются:

1. в природе: молния, спрайты;
2. в промышленности (создание супратермальных электронов).

[Kochkin et al., 2014, Fig. 8]



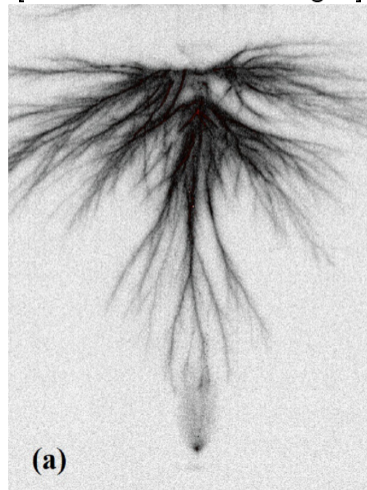
Стримеры — это каналы повышенной ионизации в газа (или жидкости), которые распространяются, ионизируя материю впереди себя повышенным полем на конце

Показан лабораторный разряд с межэлектродным промежутком ~ 1 м и напряжением $\sim MV$. Видна разветвлённая стримерная структура.

Где встречаются:

1. в природе: молния, спрайты;
2. в промышленности (создание супратермальных электронов).

[Kochkin et al., 2014, Fig. 8]



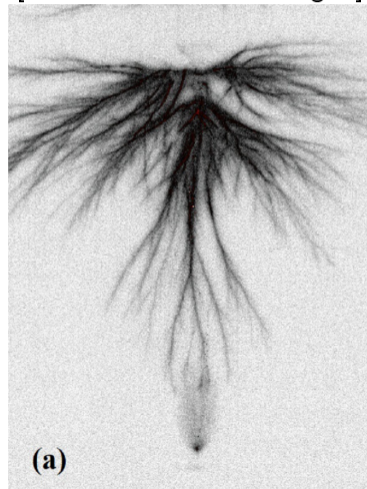
Стримеры — это каналы повышенной ионизации в газа (или жидкости), которые распространяются, ионизируя материю впереди себя повышенным полем на конце

Показан лабораторный разряд с межэлектродным промежутком ~ 1 м и напряжением $\sim MV$. Видна разветвлённая стримерная структура.

Где встречаются:

1. в природе: молния, спрайты;
2. в промышленности (создание супратермальных электронов).

[Kochkin et al., 2014, Fig. 8]



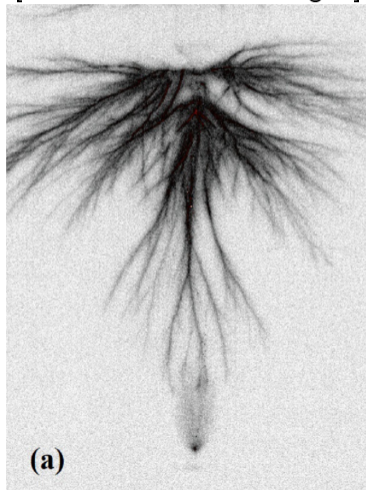
Стримеры — это каналы повышенной ионизации в газа (или жидкости), которые распространяются, ионизируя материю впереди себя повышенным полем на конце

Показан лабораторный разряд с межэлектродным промежутком ~ 1 м и напряжением $\sim MV$. Видна разветвлённая стримерная структура.

Где встречаются:

1. в природе: молния, спрайты;
2. в промышленности (создание супратермальных электронов).

[Kochkin et al., 2014, Fig. 8]



Credit: H. H. C. Stenbaek-Nielsen
<https://www.youtube.com/watch?v=i3StAXEbGSM>

<sprite movie>

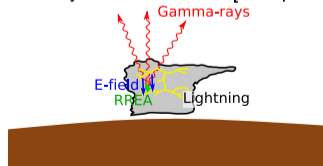
1. **Электронная лавина:** Таунсендовский разряд. Пространственным зарядом можно пренебречь. Электроны нагреваются, но плохо передают энергию молекулам (атомам в инертных газах) и ионам.
2. **Стримеры:** Лавина вырастает до определённой величины и пространственный заряд начинает играть важную роль — это критерий Мика (Meek). Электроны нагреты (типичная энергия 3.6 eV), но нейтральные молекулы остаются холодными.
3. **Лидеры:** Тоже каналобразный разряд. Стримеры сливаются и образуют сильный ток. Нейтральные молекулы нагреваются, происходит сильная ионизация.

1. **Электронная лавина:** Таунсендовский разряд. Пространственным зарядом можно пренебречь. Электроны нагреваются, но плохо передают энергию молекулам (атомам в инертных газах) и ионам.
2. **Стримеры:** Лавина вырастает до определённой величины и пространственный заряд начинает играть важную роль — это критерий Мика (Meek). Электроны нагреты (типичная энергия 3.6 eV), но нейтральные молекулы остаются холодными.
3. **Лидеры:** Тоже каналобразный разряд. Стримеры сливаются и образуют сильный ток. Нейтральные молекулы нагреваются, происходит сильная ионизация.

1. **Электронная лавина:** Таунсендовский разряд. Пространственным зарядом можно пренебречь. Электроны нагреваются, но плохо передают энергию молекулам (атомам в инертных газах) и ионам.
2. **Стримеры:** Лавина вырастает до определённой величины и пространственный заряд начинает играть важную роль — это критерий Мика (Meek). Электроны нагреты (типичная энергия 3.6 eV), но нейтральные молекулы остаются холодными.
3. **Лидеры:** Тоже каналобразный разряд. Стримеры сливаются и образуют сильный ток. Нейтральные молекулы нагреваются, происходит сильная ионизация.

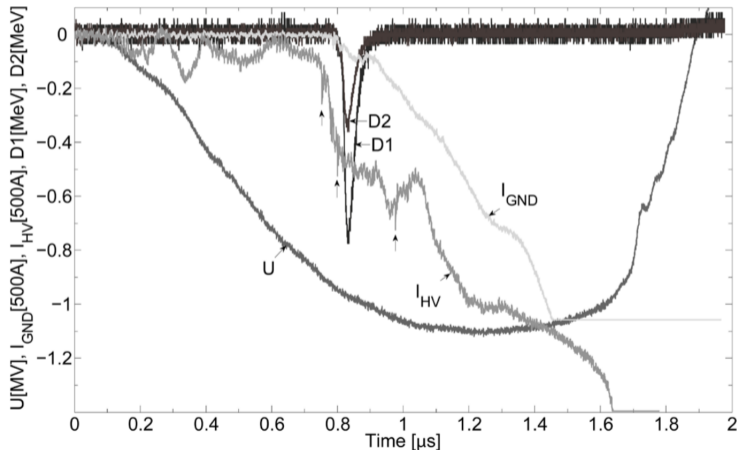
- ▶ Открыты BATSE на CGRO [Fishman et al., 1994], наблюдались другими, более чувствительными инструментами на орбите ~ 1 в день: RHESSI, Fermi, AGILE, ASIM.
- ▶ Длительность ~ 0.1 ms, энергия $\gtrsim 1$ kJ.
- ▶ Происходят одновременно с молниями.
- ▶ Предположительно, создаются энергичными электронами (лавинами убегающих электронов, RREA = Relativistic Runaway Electron Avalanche), в результате тормозного излучения (bremsstrahlung). Характерный потенциал для роста лавины — 7.4 MeV.

Courtesy: Brant Carlson [Wikipedia]



Отрицательный разряд [Kochkin et al., 2015, Fig. 4]

D1, D2 — рентген, ~ 100 keV



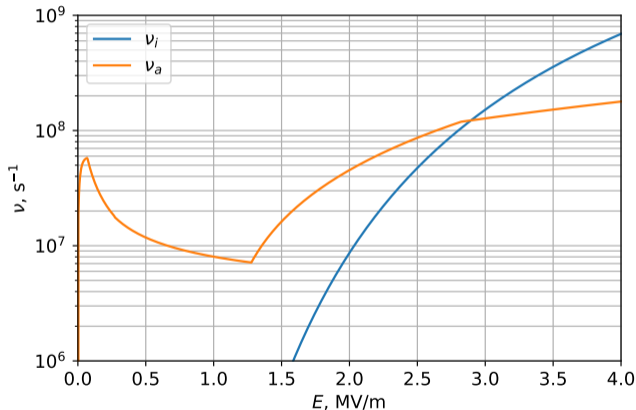
- ▶ Лавина убегающих электронов невозможна (недостаточен потенциал).
- ▶ Есть гипотеза, что это происходит в процессе столкновения стримеров, или лидеров, противоположной полярности.

- ▶ ν_i — частота ударной ионизация (ionization) N_2 и O_2 .
- ▶ ν_a — частота прилипания (attachment): диссоциативное в сильных полях (2-х компонентное, $\propto N_{\text{atm}}$), или 3-х компонентное в слабых ($\propto N_{\text{atm}}^2$).
- ▶ Мы будем часто использовать **эффективную частоту ионизации**

$$\nu_t(E) \equiv \nu_i(E) - \nu_a(E)$$

- ▶ Эти процессы и другие реакции описаны, напр., в Bazelyan and Raizer [1998, ch. 2].

Morrow and Lowke [1997]



Часто поле пересечения $E_k \approx 3 \text{ MV/m}$, при котором $\nu_t = \nu_i - \nu_a = 0$, называют критическим, и путают с полем пробоя. Нужно иметь в виду следующее:

- ▶ В таунсендовском разряде, который проходит в стационарных условиях, играет большую роль **отлипание** электронов от отрицательных ионов, образовавшихся в результате прилипания. Это может сделать разряд возможным при $E < E_k$.
- ▶ Минимальное поле, в котором возникает стримерный разряд в конечном промежутке, вычисляется при помощи критерия Мика и может быть $E > E_k$, особенно для малых промежутков.

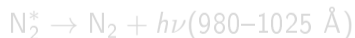
1. Дрейф электронов (вперёд для отрицательного стримера).

$$\mathbf{v} = -\mu(E)\mathbf{E}, \quad \mu - \text{подвижность (mobility)}$$

2. Диффузия электронов (если нет фотоионизации), $D \sim 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$.

3. Фотоионизация (главный механизм в воздухе)

Фотоны с $\lambda = 980 \text{ \AA} - 1025 \text{ \AA}$ получаются в результате столкновений электронов с N_2 , затем распространяются вперёд стримера и ионизируют O_2 .



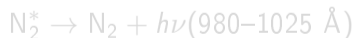
1. Дрейф электронов (вперёд для отрицательного стримера).

$$\mathbf{v} = -\mu(E)\mathbf{E}, \quad \mu - \text{подвижность (mobility)}$$

2. Диффузия электронов (если нет фотоионизации), $D \sim 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$.

3. Фотоионизация (главный механизм в воздухе)

Фотоны с $\lambda = 980 \text{ \AA} - 1025 \text{ \AA}$ получаются в результате столкновений электронов с N_2 , затем распространяются вперёд стримера и ионизируют O_2 .



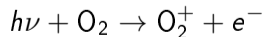
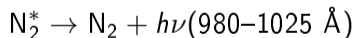
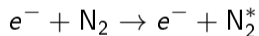
1. Дрейф электронов (вперёд для отрицательного стримера).

$$\mathbf{v} = -\mu(E)\mathbf{E}, \quad \mu - \text{подвижность (mobility)}$$

2. Диффузия электронов (если нет фотоионизации), $D \sim 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$.

3. Фотоионизация (главный механизм в воздухе)

Фотоны с $\lambda = 980 \text{ \AA} - 1025 \text{ \AA}$ получаются в результате столкновений электронов с N_2 , затем распространяются вперёд стримера и ионизируют O_2 .



Loeb and Meek [1941]: Фотоны, возникшие в головке стримера, летят вперёд стримера и производят ионизацию. Возникшие электроны выступают в качестве затравки для ионизационных лавин в высоком поле головки.

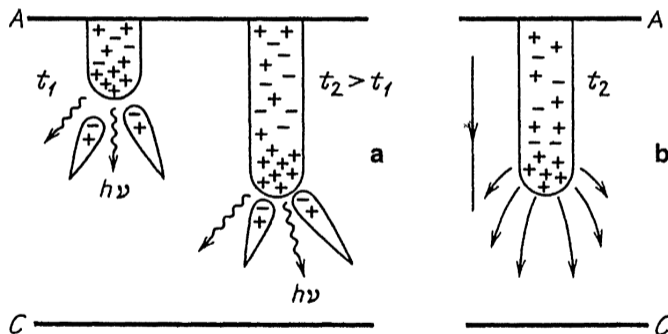


Рис.: Положительный (катодонаправленный) стример [Raizer, 1991, p. 335]

Лавины, начатые фотоэлектронами, летят вперёд, но стример их догоняет. В системе отсчёта, связанной с головкой, лавины идут **назад!**

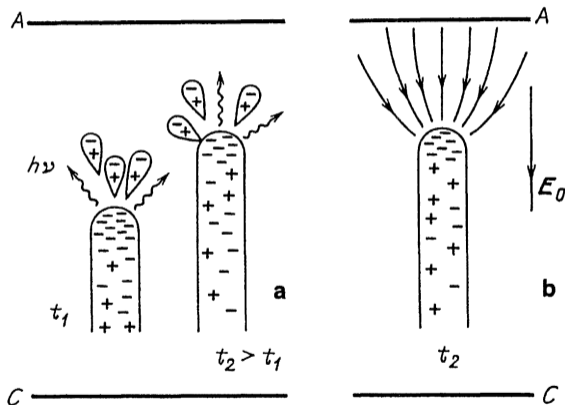


Рис.: Отрицательный (анононаправленный) стример [Raizer, 1991, p. 338]

Введение

- Примеры стримеров

- Рентгеновское излучение от электрических разрядов

- Процессы в стримерах

- Механизм стримера

Гидродинамическая модель стримера

Параметрическая модель стримера

- Зачем она нужна

- Цель и подход

- Система уравнений

- Аналогия с теорией плоского ионизационного фронта

Результаты для лабораторных условий (STP)

- Положительные стримеры

- Отрицательные стримеры

- Пороговые поля

Итоги

Численно решаем [Lehtinen and Østgaard, 2018]:

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\mathbf{v}n) + \nabla \cdot (D\nabla n) + (\nu_i - \nu_a)n + \nu_d n_- - \beta n n_+ + s_p \\ \frac{\partial n_+}{\partial t} &= \nu_i n - (\beta n + \beta_- n_-)n_+ + s_p \\ \frac{\partial n_-}{\partial t} &= \nu_a n - \nu_d n_- - \beta_- n_+ n_- \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{e}{\varepsilon_0}(n_+ - n - n_-)\end{aligned}$$

- ▶ n, n_{\pm} — концентрации электронов и ионов,
- ▶ $\nu_i, \nu_a, \nu_d, \beta, \beta_-$ — коэффициенты, определяющие время реакций: ионизация, прилипание, отлипание, рекомбинация (электрон-ион, ион-ион),
- ▶ s_p — фотоионизация,

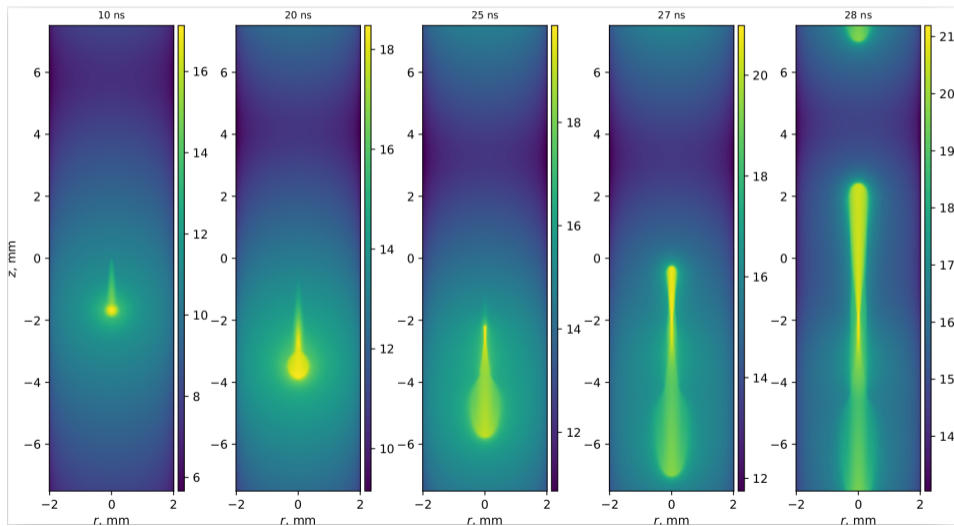
$$s_p(\mathbf{r}) = \int CF(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)\nu_i(|\mathbf{E}(\mathbf{r}')|)n(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}'$$

Нелокальность задаётся ядром [Zheleznyak et al., 1982]:

$$F(r) = \frac{e^{-r/\Lambda_2} - e^{-r/\Lambda_1}}{4\pi r^3 \log(\Lambda_2/\Lambda_1)}, \quad \Lambda_2 \approx 2 \text{ mm}, \Lambda_1 \approx 35 \text{ }\mu\text{m}$$

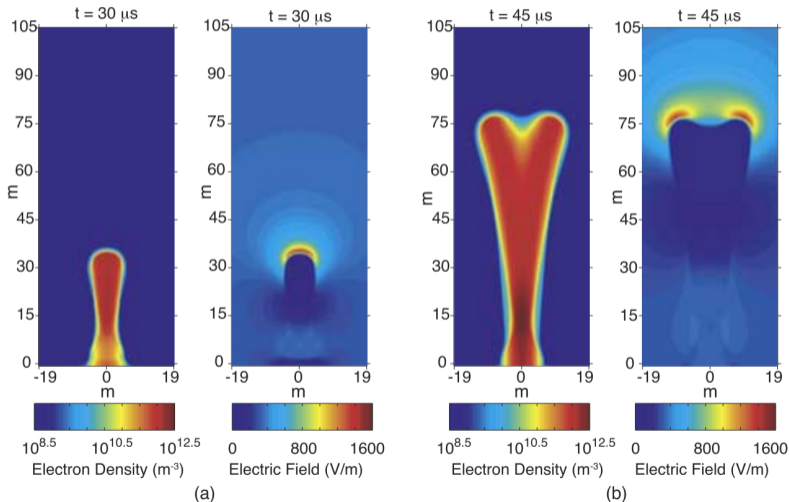
Результат моделирования

Lehtinen and Østgaard [2018]



<https://www.youtube.com/watch?v=xbaDeLYERkQ>

Гидродинамическая симуляция, Liu and Pasko [2004, Fig. 8]



Введение

Примеры стримеров

Рентгеновское излучение от электрических разрядов

Процессы в стримерах

Механизм стримера

Гидродинамическая модель стримера

Параметрическая модель стримера

Зачем она нужна

Цель и подход

Система уравнений

Аналогия с теорией плоского ионизационного фронта

Результаты для лабораторных условий (STP)

Положительные стримеры

Отрицательные стримеры

Пороговые поля

Итоги

Гидродинамическое моделирование даёт численный ответ, но не объясняет, почему у стримера именно такие **скорость** и **радиус**. Более того, в таких вычислениях могут быть количественные ошибки, вызванные численной диффузией, и численные неустойчивости.

Механизмы, благодаря которым у плазменного проводника устанавливается [...] радиус [...] до сих пор не вполне ясны.

— Bazelyan and Raizer [1998, Sec. 3.1.2]

Результаты, связанные с ветвлением, особо неблагоприятны:

... the authors [have] disagreement on whether the branching of model streamers ... is a consequence of a numerical instability.

— Pasko [2006, p. 291]

Типичная реакция учёных на параметрические модели:

Мы стремились излагать существо дела возможно проще, не заслоня физическую суть непрозрачными уравнениями и многоэтажными формулами, которые так любят писать некоторые авторы теорий. Менее опытный читатель в лучшем случае благоговейно останавливается перед ними. Другой, потеряв надежду разобраться, машет рукой и начинает выдумывать теорию сам. Мы относим себя к последней категории. — Bazelyan and Raizer [1998]

Параметрическая модель была рассмотрена, например, D'yakov and Kachorovskii [1989]. Но, из-за сложности формул, в таких моделях сложно заметить внутренние противоречия (переопределённость системы уравнений), недостаточность системы (зависимые уравнения), наличие необоснованных физически произвольных параметров.

Цель

Описать стример конечным, но достаточным числом параметров, и вычислить их.

Подход

- ▶ ищем решение в виде каналообразного ионизационного фронта (**стримера**);
- ▶ упрощаем гидродинамические уравнения и получаем **конечную систему алгебраических уравнений** для конечного числа параметров стримера;
- ▶ решаем её.

Цель

Описать стример конечным, но достаточным числом параметров, и вычислить их.

Подход

- ▶ ищем решение в виде каналообразного ионизационного фронта (**стримера**);
- ▶ упрощаем гидродинамические уравнения и получаем **конечную систему алгебраических уравнений** для конечного числа параметров стримера;
- ▶ решаем её.

Цель

Описать стример конечным, но достаточным числом параметров, и вычислить их.

Подход

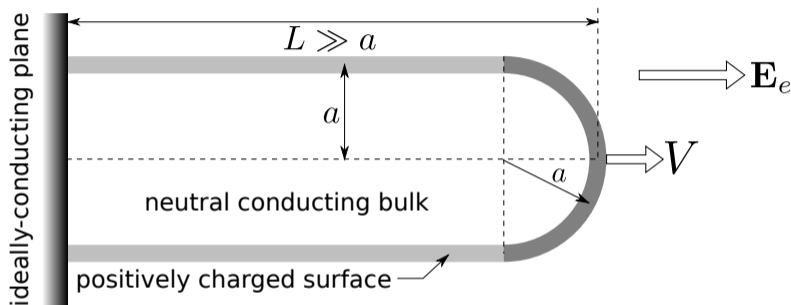
- ▶ ищем решение в виде каналообразного ионизационного фронта (**стримера**);
- ▶ упрощаем гидродинамические уравнения и получаем **конечную систему алгебраических уравнений** для конечного числа параметров стримера;
- ▶ решаем её.

Цель

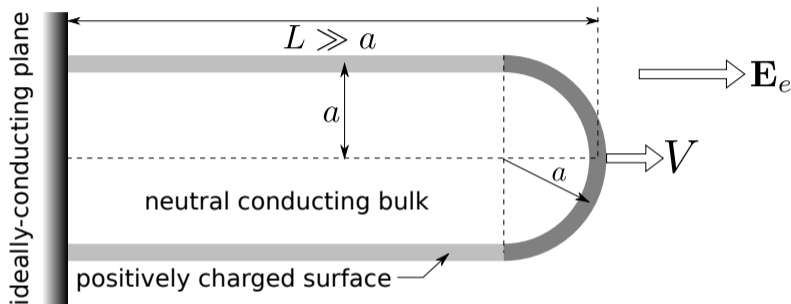
Описать стример конечным, но достаточным числом параметров, и вычислить их.

Подход

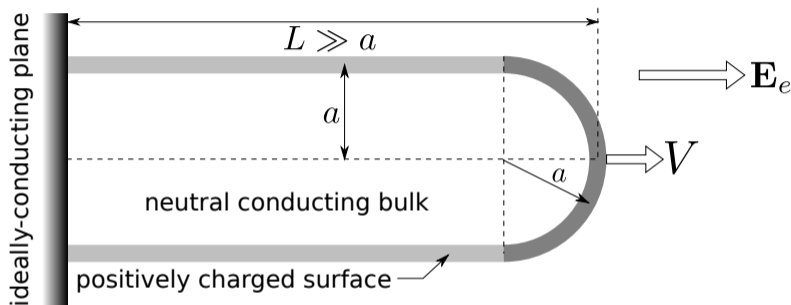
- ▶ ищем решение в виде каналообразного ионизационного фронта (**стримера**);
- ▶ упрощаем гидродинамические уравнения и получаем **конечную систему алгебраических уравнений** для конечного числа параметров стримера;
- ▶ решаем её.



- ▶ Стример — это **канал** в виде цилиндра с **головкой** в виде полушария.
- ▶ Внешнее электрическое поле E_e (однородное) и длина L заданы.
- ▶ Мы хотим найти параметры: радиус a , скорость V , и т. д.



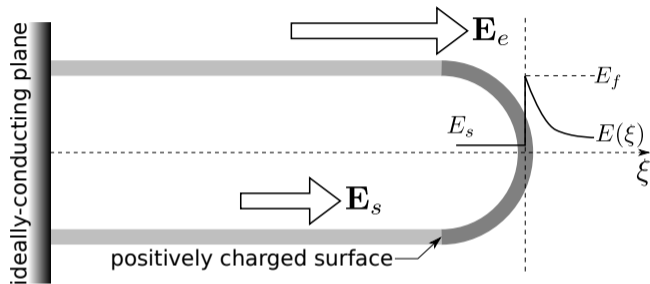
- ▶ Стример — это **канал** в виде цилиндра с **головкой** в виде полушария.
- ▶ Внешнее электрическое поле E_e (однородное) и длина L заданы.
- ▶ Мы хотим найти параметры: радиус a , скорость V , и т. д.



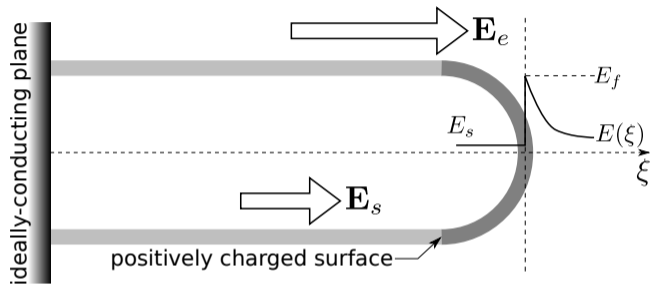
- ▶ Стример — это **канал** в виде цилиндра с **головкой** в виде полушария.
- ▶ Внешнее электрическое поле E_e (однородное) и длина L заданы.
- ▶ Мы хотим найти параметры: радиус a , скорость V , и т. д.

Система алгебраических уравнений

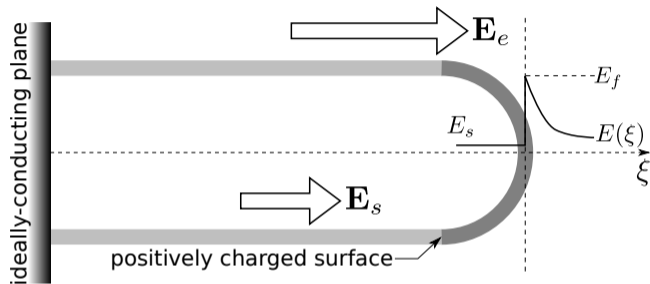
1. Соотношение между полями E , определяется электростатикой (заряд сконцентрирован на поверхности).
2. Непрерывность полного тока на конце стримера: ток проводимости в канале превращается в ток смещения снаружи.
3. Баланс времени ионизации и времени релаксации в канале.
4. Баланс между максимальной ионизацией и фотоионизацией, определяемый лавиной [Pancheshnyi et al., 2001].



- ▶ Внешнее однородное постоянное поле \mathbf{E}_e (задано!)
- ▶ Внутри канала высокая проводимость но есть поле \mathbf{E}_s , такое что $0 < E_s < E_e$.
- ▶ Vazelyan and Raizer [1998, p. 78]: Потенциал на конце отличается от невозмущённого на $\Delta U = L(E_e - E_s)$, и поле приблизительно $E_f = \Delta U/a$. Точнее можно найти методом моментов.



- ▶ Внешнее однородное постоянное поле \mathbf{E}_e (задано!)
- ▶ Внутри канала высокая проводимость но есть поле \mathbf{E}_s , такое что $0 < E_s < E_e$.
- ▶ Vazelyan and Raizer [1998, p. 78]: Потенциал на конце отличается от невозмущённого на $\Delta U = L(E_e - E_s)$, и поле приблизительно $E_f = \Delta U/a$. Точнее можно найти методом моментов.



- ▶ Внешнее однородное постоянное поле \mathbf{E}_e (задано!)
- ▶ Внутри канала высокая проводимость но есть поле \mathbf{E}_s , такое что $0 < E_s < E_e$.
- ▶ Vazelyan and Raizer [1998, p. 78]: Потенциал на конце отличается от невозмущённого на $\Delta U = L(E_e - E_s)$, и поле приблизительно $E_f = \Delta U/a$. Точнее можно найти методом моментов.

Система алгебраических уравнений

1. Соотношение между полями E , определяется электростатикой (заряд сконцентрирован на поверхности).
2. Непрерывность полного тока на конце стримера: ток проводимости в канале превращается в ток смещения снаружи.
3. Баланс времени ионизации и времени релаксации в канале.
4. Баланс между максимальной ионизацией и фотоионизацией, определяемый лавиной [Pancheshnyi et al., 2001].

Домашняя работа: рассмотреть это уравнение самостоятельно.

Система алгебраических уравнений

1. Соотношение между полями E , определяется электростатикой (заряд сконцентрирован на поверхности).
2. Непрерывность полного тока на конце стримера: ток проводимости в канале превращается в ток смещения снаружи.
3. Баланс времени ионизации и времени релаксации в канале.
4. Баланс между максимальной ионизацией и фотоионизацией, определяемый лавиной [Pancheshnyi et al., 2001].

Уравнение 3: Ионизационный фронт

Гидродинамические уравнения можно переписать в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 \partial_t \mathbf{E} &= e v n + \mathbf{J} \\ \partial_t n + \nabla \cdot (\mathbf{v} n) &= \nu_t n + s_p \end{aligned} \right\}$$

Пренебрегая фотоионизацией s_p , для **плоского** стационарного фронта движущегося со скоростью V получаем

$$\left. \begin{aligned} -\varepsilon_0 V \partial_\xi E &= -e v n \\ -\partial_\xi ([V \pm v] n) &= \nu_t n \end{aligned} \right\}$$

где $v = \mp v_x > 0$. Ток $J = const = 0$ (на бесконечности впереди фронта). Поделим уравнения одно на другое:

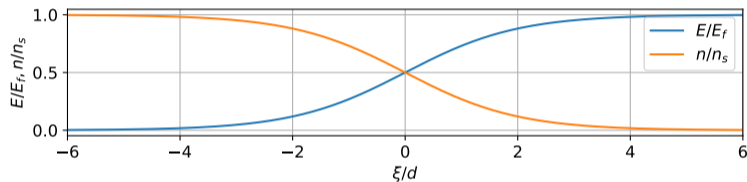
$$\frac{e}{\varepsilon_0} \frac{d}{dE} \left[\frac{(V \pm v) n}{V} \right] = \frac{\nu_t}{v} \equiv \alpha_t(E) \quad \Rightarrow \quad \frac{en(E)}{\varepsilon_0} = \frac{V}{V \pm v} \int_E^{E_f} \alpha_t(E) dE$$

Здесь α_t — эффективный **коэффициент Таунсенда**. Частота релаксации далеко позади фронта ($E = 0$):

$$\tau_M^{-1} = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_0} = \frac{en_s \mu_0}{\varepsilon_0} = \mu_0 \int_0^{E_f} \frac{\nu_t(E)}{\mu E} dE \sim \nu_t(E_f)$$

(где $n_s = n(E = 0)$ — концентрация электронов в канале, при $\xi \rightarrow -\infty$) что мы и обещали.

Хороший обзор: Lagarkov and Rutkevich [1994]. Подставив найденное $n(E)$ в одно из уравнений, можно найти пространственную форму $n(\xi), E(\xi)$. Например, для $\nu_t(E) = KE, v = 0$ — форма в виде сигмоида, с шириной $d = V/\nu_t(E_f)$:



Можно найти V , из граничных условий при $\xi \rightarrow \infty$ (вперед фронта), для разных механизмов. Возможные значения V удовлетворяют **неравенству** $V > V_0$, где:

- ▶ Если $\mu > 0, D > 0$: формула Колмогорова-Петровского-Пискунова [1937]

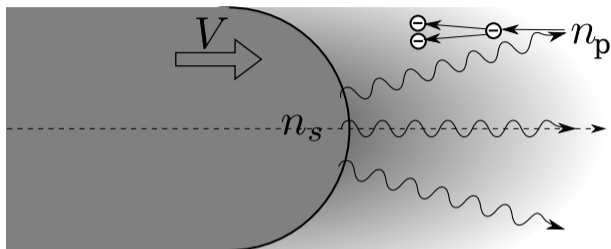
$$V_0 = \mp \mu(E_f)E_f + \sqrt{2D\nu_t(E_f)}$$

- ▶ Если есть фотоионизация, но $D = 0$ [Lagarkov and Rutkevich, 1994, eq. (3.1.85)]:

$$V_0 = \mp \mu(E_f)E_f + \nu_t(E_f)\Lambda_{\max}$$

Система алгебраических уравнений

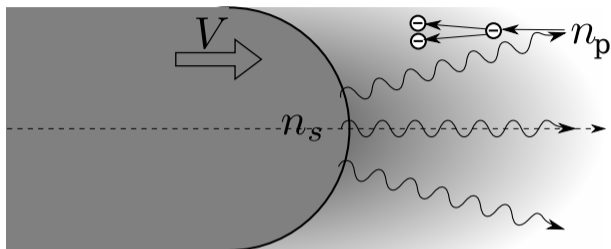
1. Соотношение между полями E , определяется электростатикой (заряд сконцентрирован на поверхности).
2. Непрерывность полного тока на конце стримера: ток проводимости в канале превращается в ток смещения снаружи.
3. Баланс времени ионизации и времени релаксации в канале.
4. Баланс между максимальной ионизацией и фотоионизацией, определяемый лавиной [Pancheshnyi et al., 2001].



- ▶ Фотоны излучаются из фронта, их число $\propto n_s$;
- ▶ Производят затравки для лавин на расстоянии $\sim a$ от фронта, с концентрацией n_p ;
- ▶ В результате лавины экспоненциально растут, но не с обычным Таунсендовским коэффициентом $\alpha_t = \nu_t/v$, а с «Допплеровским смещением» $\alpha_{\text{eff}} = \nu_t/(V \pm v)$
- ▶ Обратная к α_{eff} определяет **толщину фронта** $d = (V \pm v)/\nu_t$
- ▶ Loeb [1965]: Из экспоненциального роста получаем $\log(n_s/n_p) = \alpha_{\text{eff}} a$, отсюда

$$V \pm v = \frac{a\nu_t(E_f)}{\log(n_s/n_p)}$$

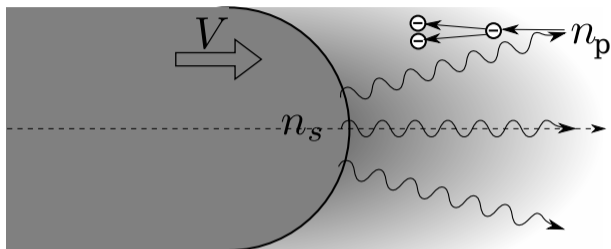
- ▶ $\log(n_s/n_p) \sim 8$ [Naidis, 2009], но можно вывести более точное выражение [Pancheshnyi et al., 2001].



- ▶ Фотоны излучаются из фронта, их число $\propto n_s$;
- ▶ Производят затравки для лавин на расстоянии $\sim a$ от фронта, с концентрацией n_p ;
- ▶ В результате лавины экспоненциально растут, но не с обычным Таунсендовским коэффициентом $\alpha_t = \nu_t/v$, а с «Допплеровским смещением» $\alpha_{\text{eff}} = \nu_t/(V \pm v)$
- ▶ Обратная к α_{eff} определяет **толщину фронта** $d = (V \pm v)/\nu_t$
- ▶ Loeb [1965]: Из экспоненциального роста получаем $\log(n_s/n_p) = \alpha_{\text{eff}} a$, отсюда

$$V \pm v = \frac{a\nu_t(E_f)}{\log(n_s/n_p)}$$

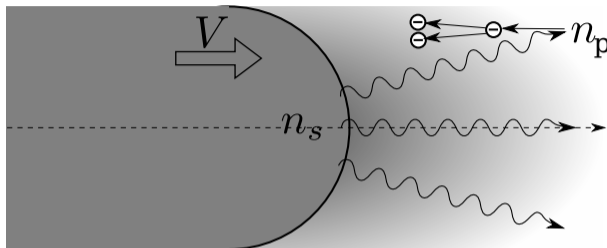
- ▶ $\log(n_s/n_p) \sim 8$ [Naidis, 2009], но можно вывести более точное выражение [Pancheshnyi et al., 2001].



- ▶ Фотоны излучаются из фронта, их число $\propto n_s$;
- ▶ Производят затравки для лавин на расстоянии $\sim a$ от фронта, с концентрацией n_p ;
- ▶ В результате лавины экспоненциально растут, но не с обычным Таунсендовским коэффициентом $\alpha_t = \nu_t/v$, а с «Допплеровским смещением» $\alpha_{\text{eff}} = \nu_t/(V \pm v)$
- ▶ Обратная к α_{eff} определяет **толщину фронта** $d = (V \pm v)/\nu_t$
- ▶ Loeb [1965]: Из экспоненциального роста получаем $\log(n_s/n_p) = \alpha_{\text{eff}} a$, отсюда

$$V \pm v = \frac{a\nu_t(E_f)}{\log(n_s/n_p)}$$

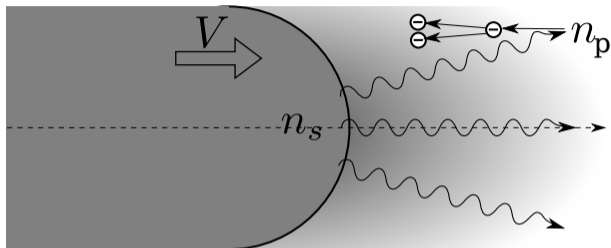
- ▶ $\log(n_s/n_p) \sim 8$ [Naidis, 2009], но можно вывести более точное выражение [Pancheshnyi et al., 2001].



- ▶ Фотоны излучаются из фронта, их число $\propto n_s$;
- ▶ Производят затравки для лавин на расстоянии $\sim a$ от фронта, с концентрацией n_p ;
- ▶ В результате лавины экспоненциально растут, но не с обычным Таунсендовским коэффициентом $\alpha_t = \nu_t/v$, а с «Допплеровским смещением» $\alpha_{\text{eff}} = \nu_t/(V \pm v)$
- ▶ Обратная к α_{eff} определяет **толщину фронта** $d = (V \pm v)/\nu_t$
- ▶ Loeb [1965]: Из экспоненциального роста получаем $\log(n_s/n_p) = \alpha_{\text{eff}} a$, отсюда

$$V \pm v = \frac{a\nu_t(E_f)}{\log(n_s/n_p)}$$

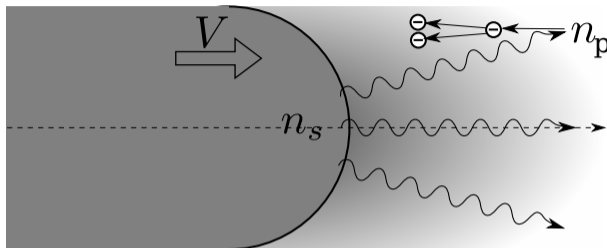
- ▶ $\log(n_s/n_p) \sim 8$ [Naidis, 2009], но можно вывести более точное выражение [Pancheshnyi et al., 2001].



- ▶ Фотоны излучаются из фронта, их число $\propto n_s$;
- ▶ Производят затравки для лавин на расстоянии $\sim a$ от фронта, с концентрацией n_p ;
- ▶ В результате лавины экспоненциально растут, но не с обычным Таунсендовским коэффициентом $\alpha_t = \nu_t/v$, а с «Допплеровским смещением» $\alpha_{\text{eff}} = \nu_t/(V \pm v)$
- ▶ Обратная к α_{eff} определяет **толщину фронта** $d = (V \pm v)/\nu_t$
- ▶ Loeb [1965]: Из экспоненциального роста получаем $\log(n_s/n_p) = \alpha_{\text{eff}} a$, отсюда

$$V \pm v = \frac{a\nu_t(E_f)}{\log(n_s/n_p)}$$

- ▶ $\log(n_s/n_p) \sim 8$ [Naidis, 2009], но можно вывести более точное выражение [Pancheshnyi et al., 2001].



- ▶ Фотоны излучаются из фронта, их число $\propto n_s$;
- ▶ Производят затравки для лавин на расстоянии $\sim a$ от фронта, с концентрацией n_p ;
- ▶ В результате лавины экспоненциально растут, но не с обычным Таунсендовским коэффициентом $\alpha_t = \nu_t/v$, а с «Допплеровским смещением» $\alpha_{\text{eff}} = \nu_t/(V \pm v)$
- ▶ Обратная к α_{eff} определяет **толщину фронта** $d = (V \pm v)/\nu_t$
- ▶ Loeb [1965]: Из экспоненциального роста получаем $\log(n_s/n_p) = \alpha_{\text{eff}} a$, отсюда

$$V \pm v = \frac{a\nu_t(E_f)}{\log(n_s/n_p)}$$

- ▶ $\log(n_s/n_p) \sim 8$ [Naidis, 2009], но можно вывести более точное выражение [Pancheshnyi et al., 2001].

Parameters: streamer radius a , streamer velocity V , channel field E_s , front field E_f , channel electron density n_s .

1. Relation between E fields from electrostatic distribution of surface charge [analytical fit from method-of-moment calculations] [Bazelyan and Raizer, 1998, p. 78], [Naidis, 2009] (E_s, E_f):

$$E(\xi) \approx [2 + 0.56(2L/a)^{0.92}] \frac{E_e - E_s}{1 + \xi/\ell} + E_e, \quad E_f = E(0)$$

2. Continuity of total current through the streamer front [Babaeva and Naidis, 1997] (E_s, n_s, V):

$$J_c = \varepsilon_0 \left. \frac{\partial E}{\partial t} \right|_{\xi=0} \implies en_s v(E_s) = \frac{\varepsilon_0 V (E_f - E_e)}{\ell}$$

v – drift velocity.

3. Propagation stability criterion from the flat ionization front theory [Lagarkov and Rutkevich, 1994, ch. 3] (n_s, E_f):

$$n_s = \frac{\varepsilon_0}{e} \int_0^{E_f} \frac{\nu_t(E')}{v(E')} dE'$$

ν_t – net ionization rate. This is approximately equivalent to $\tau_M \sim \tau_{\text{ion}}$.

4. Velocity-radius relation, from the photoionization mechanism [Pancheshnyi et al., 2001] (V, E_f, a):

$$\int_0^\infty S_{\text{ph}}(\xi) \exp \left[\int_0^\xi \frac{\nu_t(E) d\xi'}{V \pm v(E)} \right] d\xi = 1$$

S_{ph} is the photoionization source from a front of radius $\sim a$ (for unit n_s).

Система алгебраических уравнений

1. Соотношение между полями E , определяемое поверхностными зарядами.
2. Непрерывность полного тока на конце стримера: ток проводимости в канале превращается в ток смещения снаружи.
3. Баланс времени ионизации и времени релаксации в канале.
4. Баланс между максимальной ионизацией и фотоионизацией.

Проблема: нет однозначного решения! Есть один свободный параметр.
То есть, у нас получается $\mathcal{F}(V, a) = 0$, а все другие параметры — функции V and a .

Прежде чем сдаваться, посмотрим на другую задачу, в которой тоже упрощаются гидродинамические уравнения: **теория возмущений плоского фронта**

Система алгебраических уравнений

1. Соотношение между полями E , определяемое поверхностными зарядами.
2. Непрерывность полного тока на конце стримера: ток проводимости в канале превращается в ток смещения снаружи.
3. Баланс времени ионизации и времени релаксации в канале.
4. Баланс между максимальной ионизацией и фотоионизацией.

Проблема: нет однозначного решения! Есть **один свободный параметр**.
То есть, у нас получается $\mathcal{F}(V, a) = 0$, а все другие параметры — функции V and a .

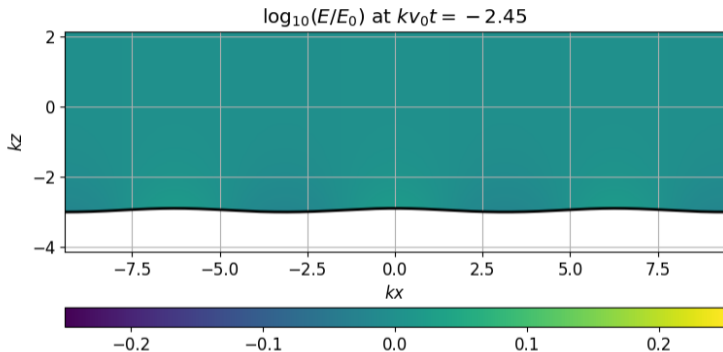
Прежде чем сдаваться, посмотрим на другую задачу, в которой тоже упрощаются гидродинамические уравнения: **теория возмущений плоского фронта**

Система алгебраических уравнений

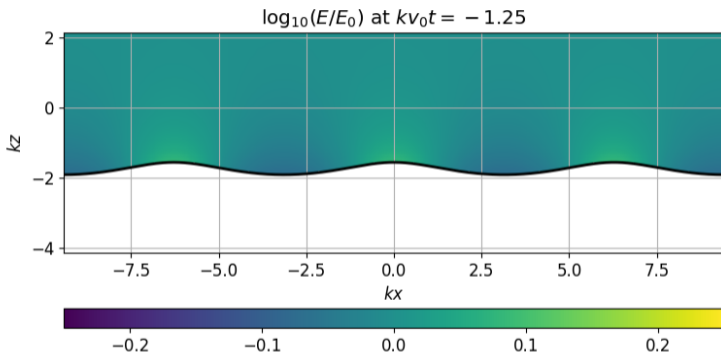
1. Соотношение между полями E , определяемое поверхностными зарядами.
2. Непрерывность полного тока на конце стримера: ток проводимости в канале превращается в ток смещения снаружи.
3. Баланс времени ионизации и времени релаксации в канале.
4. Баланс между максимальной ионизацией и фотоионизацией.

Проблема: нет однозначного решения! Есть **один свободный параметр**.
То есть, у нас получается $\mathcal{F}(V, a) = 0$, а все другие параметры — функции V and a .

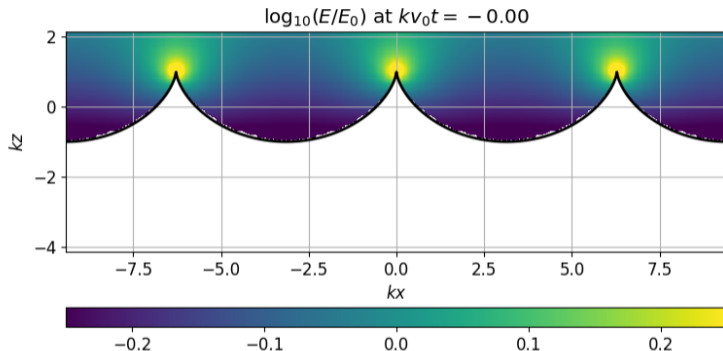
Прежде чем сдаваться, посмотрим на другую задачу, в которой тоже упрощаются гидродинамические уравнения: **теория возмущений плоского фронта**



- ▶ В начале имеем плоский фронт, идущий вверх на картинке.
- ▶ Малые возмущения $\sim \cos ky$ растут $\propto e^{st}$ с инкрементом s (лин. неустойчивость)
- ▶ Нелинейная стадия.



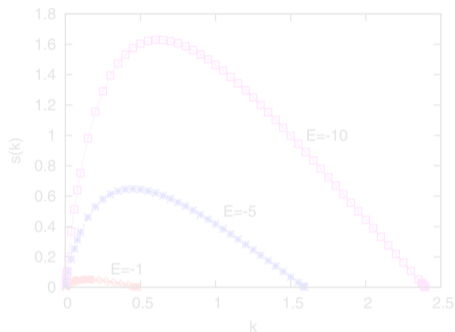
- ▶ В начале имеем плоский фронт, идущий вверх на картинке.
- ▶ Малые возмущения $\sim \cos ky$ растут $\propto e^{st}$ с **инкрементом** s (лин. неустойчивость)
- ▶ Нелинейная стадия.



- ▶ В начале имеем плоский фронт, идущий вверх на картинке.
- ▶ Малые возмущения $\sim \cos ky$ растут $\propto e^{st}$ с инкрементом s (лин. неустойчивость)
- ▶ Нелинейная стадия.

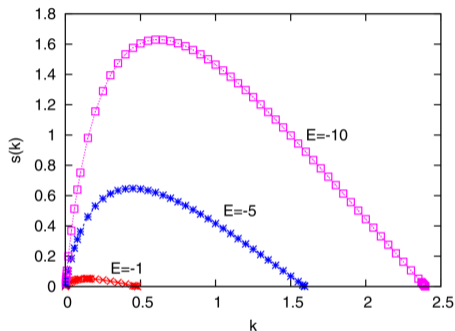
- ▶ В начале имеем плоский фронт, идущий вверх на картинке.
- ▶ Малые возмущения $\sim \cos ky$ растут $\propto e^{st}$ с **инкрементом** s (лин. неустойчивость)
- ▶ Нелинейная стадия.

Инкремент как функция поперечного волнового числа $s(k)$ —дисперсионная функция.



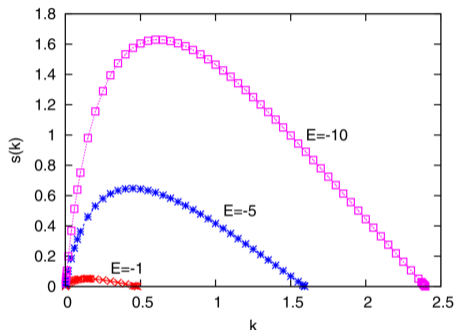
- ▶ k — это свободный параметр, эволюция зависит от начальных условий;
- ▶ Возмущение на максимуме $s(k)$ растёт быстрее всего, так что $1/k$ — предпочтительный поперечный размер a .

Инкремент как функция поперечного волнового числа $s(k)$ —дисперсионная функция.



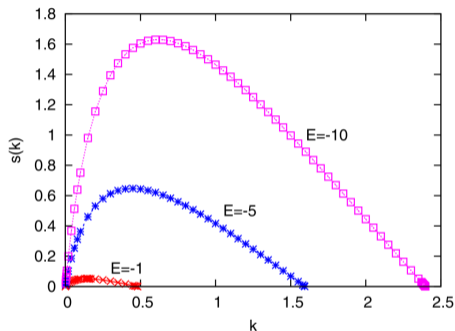
- ▶ k — это свободный параметр, эволюция зависит от начальных условий;
- ▶ Возмущение на максимуме $s(k)$ растёт быстрее всего, так что $1/k$ — предпочтительный поперечный размер a .

Инкремент как функция поперечного волнового числа $s(k)$ —дисперсионная функция.



- ▶ k — это **свободный параметр**, эволюция зависит от начальных условий;
- ▶ Возмущение на максимуме $s(k)$ растёт быстрее всего, так что $1/k$ — **предпочтительный поперечный размер a** .

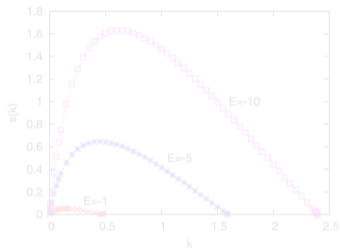
Инкремент как функция поперечного волнового числа $s(k)$ —дисперсионная функция.



- ▶ k — это **свободный параметр**, эволюция зависит от начальных условий;
- ▶ Возмущение на максимуме $s(k)$ растёт быстрее всего, так что $1/k$ — **предпочтительный поперечный размер a** .

Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



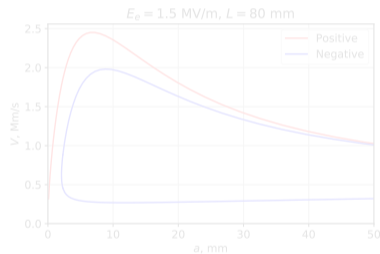
- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

Стример

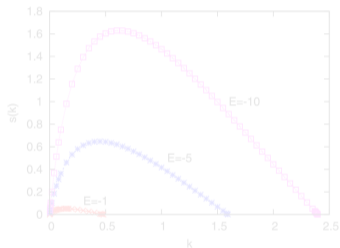
- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

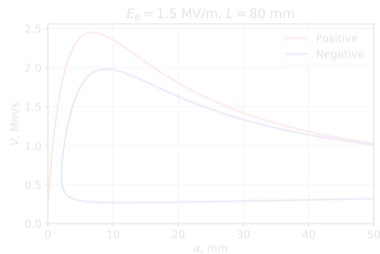
Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



Стример

- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

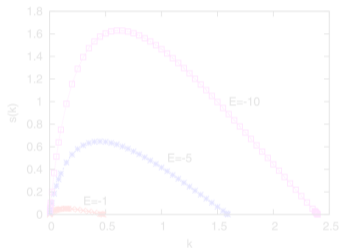
- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

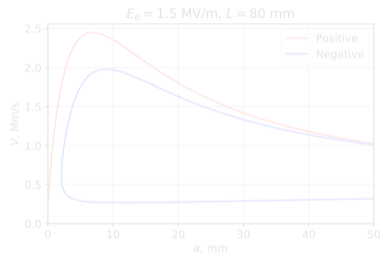
Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



Стример

- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

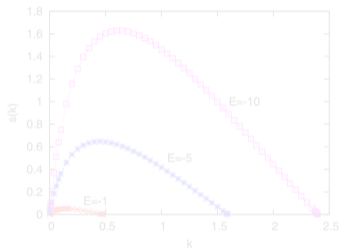
- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

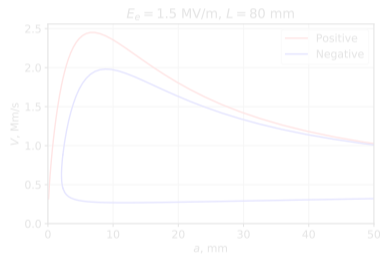
Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



Стример

- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

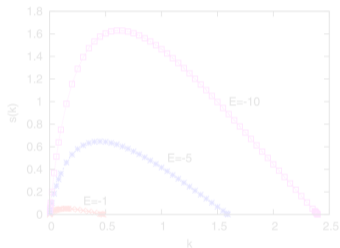
- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



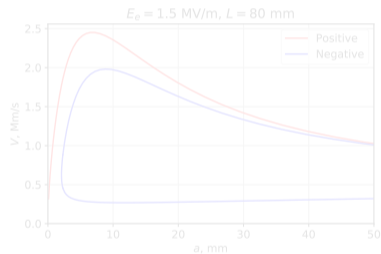
- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

Стример

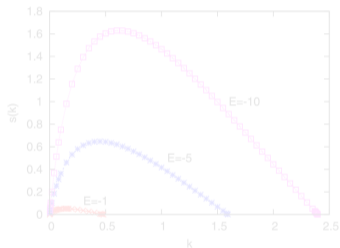
- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



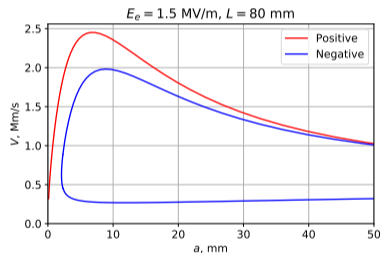
- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

Стример

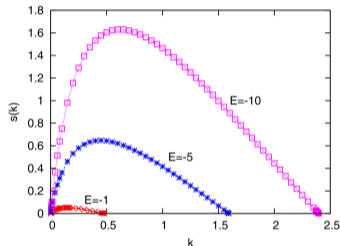
- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

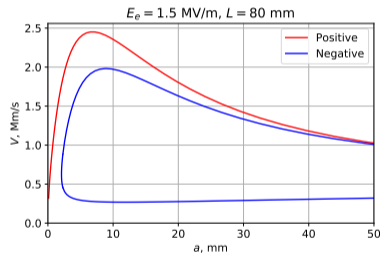
Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



Стример

- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

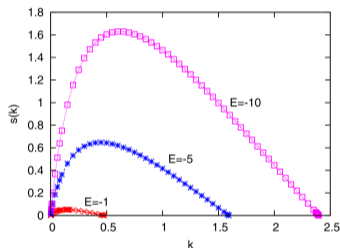
- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



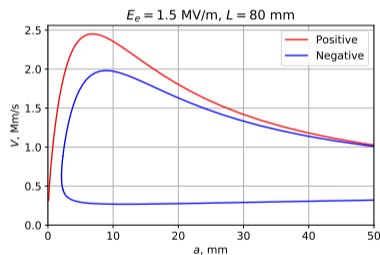
- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

Стример

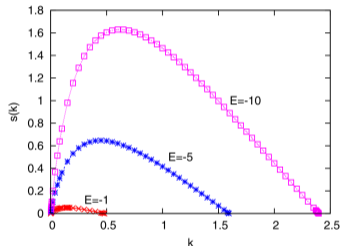
- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



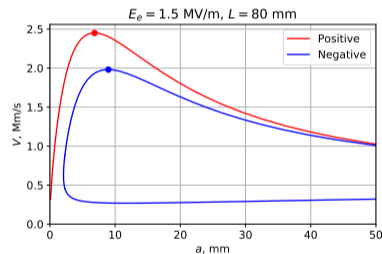
- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

Стример

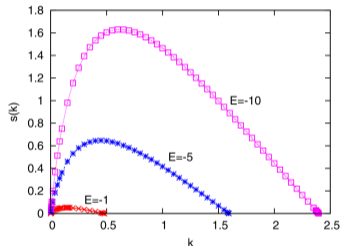
- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

Лин. возмущения [Derks et al., 2008]

- ▶ Геом. форма: гармоническая
- ▶ k — свободный параметр
- ▶ Скорость выступа $V = V_0 + s(k)L$



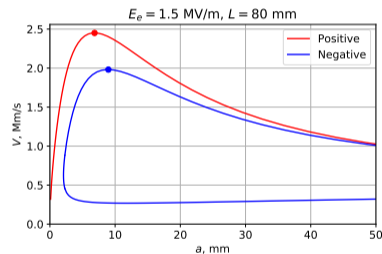
- ▶ Правильное решение: $\max_k s(k) \Leftrightarrow \max_k V$

max- V criterion

Радиус a невозможно определить из уравнений, но его можно зафиксировать на максимуме скорости V .

Стример

- ▶ Геом. форма: стример
- ▶ Нельзя найти $a \sim 1/k$ из уравнений
- ▶ Нет $s(k)$, но есть скорость $V(a, L, E_e)$



- ▶ Правильное решение тоже на $\max_a V$?

Введение

Примеры стримеров

Рентгеновское излучение от электрических разрядов

Процессы в стримерах

Механизм стримера

Гидродинамическая модель стримера

Параметрическая модель стримера

Зачем она нужна

Цель и подход

Система уравнений

Аналогия с теорией плоского ионизационного фронта

Результаты для лабораторных условий (STP)

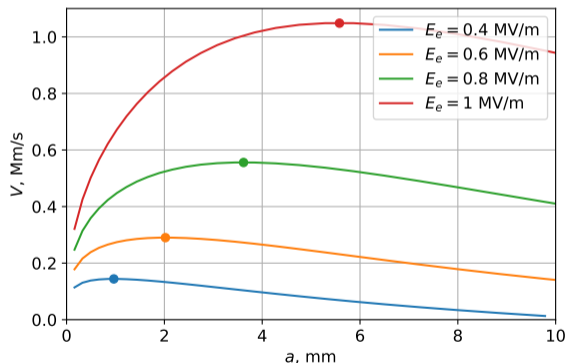
Положительные стримеры

Отрицательные стримеры

Пороговые поля

Итоги

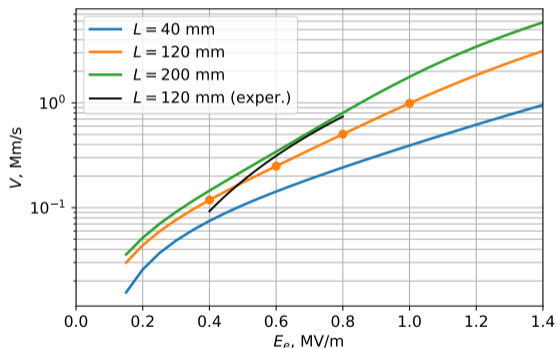
Дисперсионные функции $V(a)$ для **положительных** стримеров длины $L = 120$ mm и нескольких значений E_e . Точки отмечают $\max-V$.



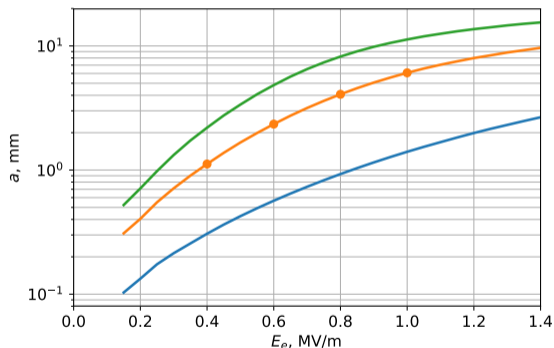
Положительные стримеры (после $\text{max-}V$)

сравнение с экспериментом Allen and Mikropoulos [1999]

Скорость V



Радиус a



Из-за грубости приближений мы ожидали ошибку \sim нескольких десятков процентов. (Самое грубое — однородность поля внутри канала.)

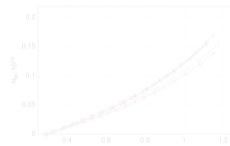
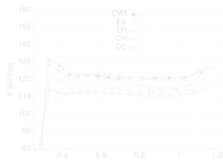
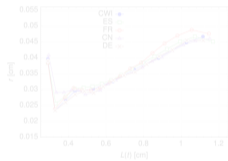
Положительные стримеры

сравнение с гидродинамическими вычислениями

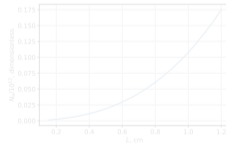
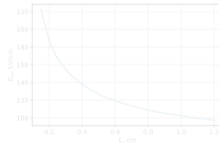
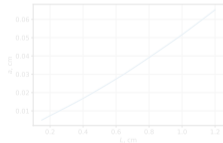
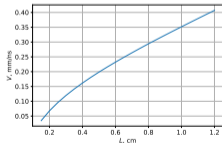
Гидродинамические модели, несмотря на сложность вычислений, дают $\sim 10\%$ ошибки.

Bagheri et al. [2018]

$V = 0.6 \text{ mm/ns}$



Our calculation



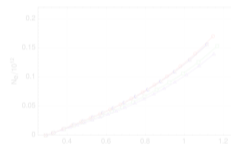
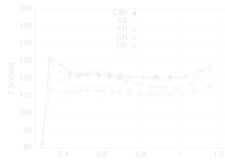
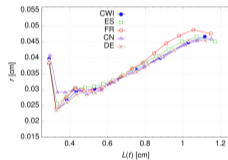
Положительные стримеры

сравнение с гидродинамическими вычислениями

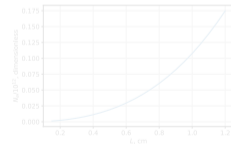
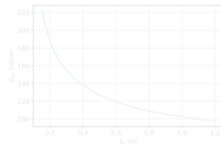
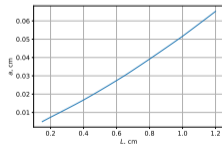
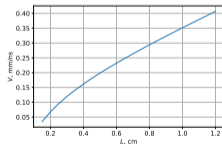
Гидродинамические модели, несмотря на сложность вычислений, дают $\sim 10\%$ ошибки.

Bagheri et al. [2018]

$V = 0.6 \text{ mm/ns}$



Our calculation



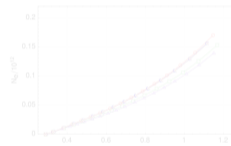
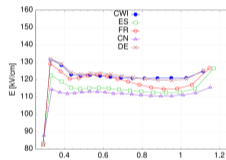
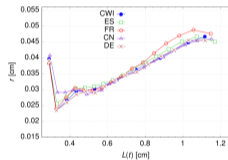
Положительные стримеры

сравнение с гидродинамическими вычислениями

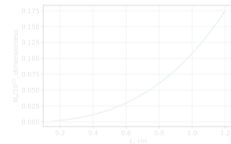
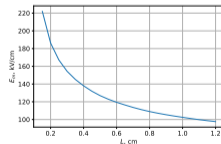
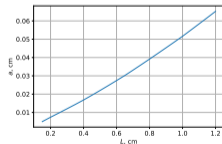
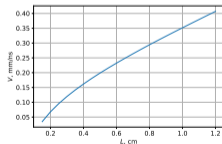
Гидродинамические модели, несмотря на сложность вычислений, дают $\sim 10\%$ ошибки.

Bagheri et al. [2018]

$V = 0.6 \text{ mm/ns}$



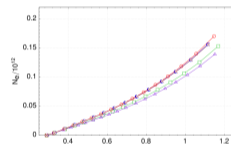
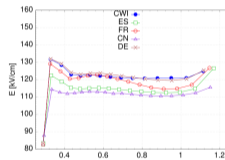
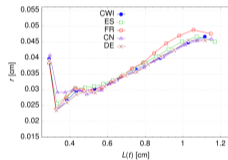
Our calculation



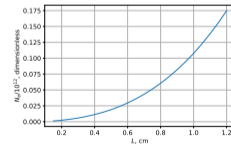
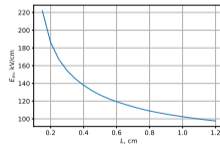
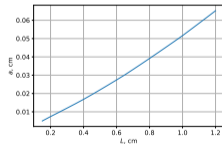
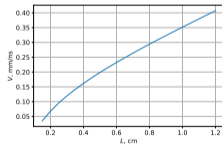
Гидродинамические модели, несмотря на сложность вычислений, дают $\sim 10\%$ ошибки.

Bagheri et al. [2018]

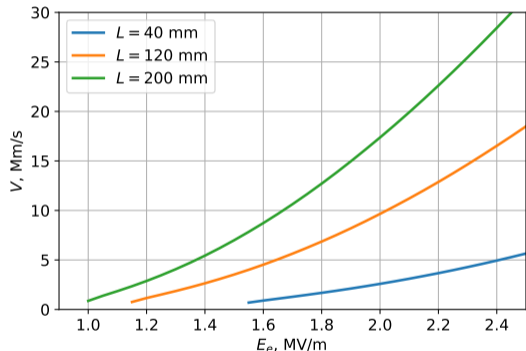
$V = 0.6 \text{ mm/ns}$



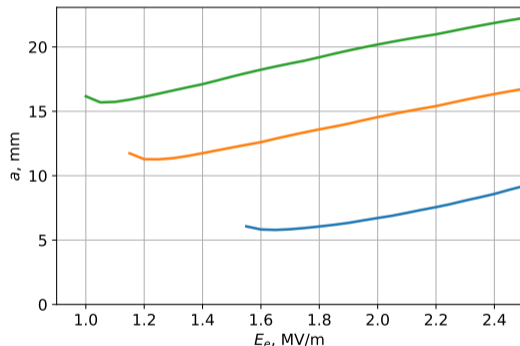
Our calculation



Скорость V

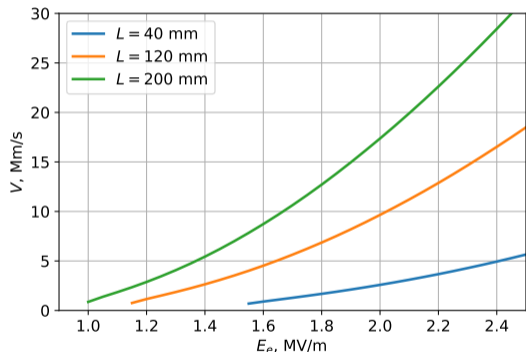


Радиус a

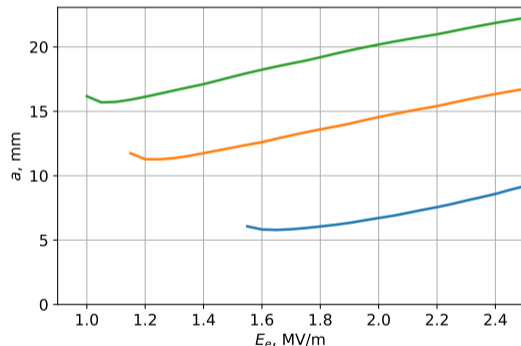


Ниже определённого E_e , решение отсутствует. Физической причиной может быть то, что **отрицательный** стример должен расти быстрее скорости дрейфа электронов.

Скорость V



Радиус a

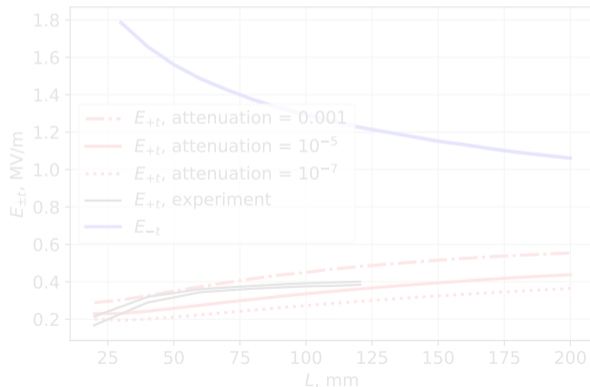


Ниже определённого E_e , решение отсутствует. Физической причиной может быть то, что **отрицательный** стример должен расти быстрее скорости дрейфа электронов.

Пороговое поле $E_{\pm t}$ — это минимальное E_e при котором стример может расти.

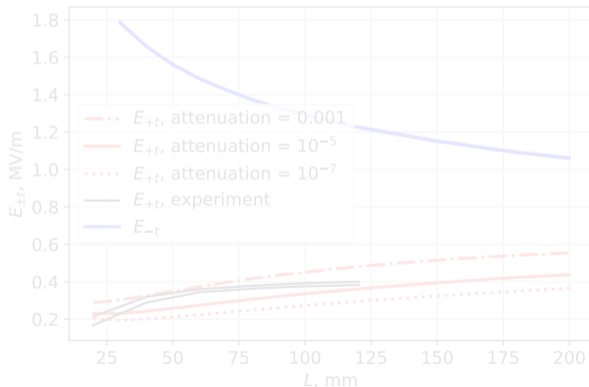
Оно зависит от L и механизм зависит от полярности:

- ▶ **Положительные стримеры:** Прилипание в канале останавливает ток.
- ▶ **Отрицательные стримеры:** Скорость падает ниже дрейфовой.



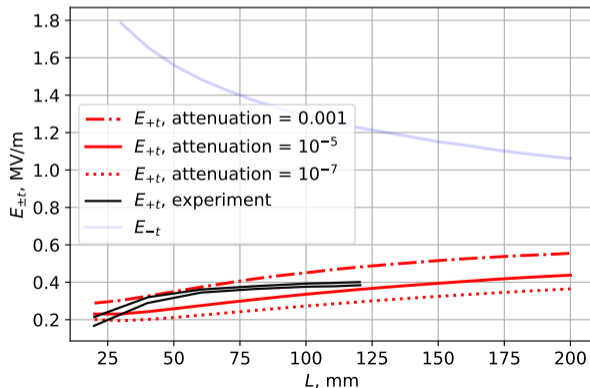
Пороговое поле $E_{\pm t}$ — это минимальное E_e при котором стример может расти. Оно зависит от L и механизм зависит от полярности:

- ▶ **Положительные стримеры:** Прилипание в канале останавливает ток.
- ▶ **Отрицательные стримеры:** Скорость падает ниже дрейфовой.



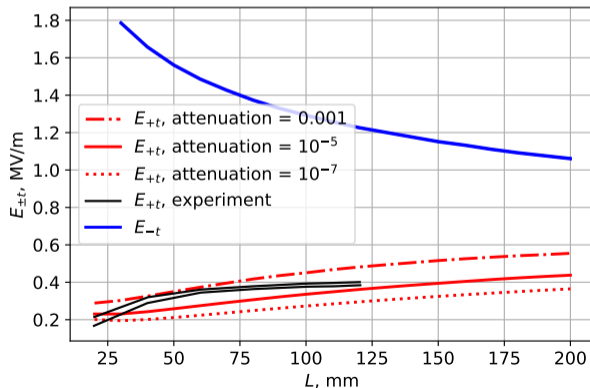
Пороговое поле $E_{\pm t}$ — это минимальное E_e при котором стример может расти. Оно зависит от L и механизм зависит от полярности:

- ▶ **Положительные стримеры:** Прилипание в канале останавливает ток.
- ▶ **Отрицательные стримеры:** Скорость падает ниже дрейфовой.



Пороговое поле $E_{\pm t}$ — это минимальное E_e при котором стример может расти. Оно зависит от L и механизм зависит от полярности:

- ▶ **Положительные стримеры:** Прилипание в канале останавливает ток.
- ▶ **Отрицательные стримеры:** Скорость падает ниже дрейфовой.



Введение

- Примеры стримеров

- Рентгеновское излучение от электрических разрядов

- Процессы в стримерах

- Механизм стримера

Гидродинамическая модель стримера

Параметрическая модель стримера

- Зачем она нужна

- Цель и подход

- Система уравнений

- Аналогия с теорией плоского ионизационного фронта

Результаты для лабораторных условий (STP)

- Положительные стримеры

- Отрицательные стримеры

- Пороговые поля

Итоги

- ▶ Стримерный разряд в поле E_e длиной L можно описать системой алгебраических уравнений, решая которые получаем «моды» для разных радиусов a .
- ▶ Максимизируя V , получаем предпочтительное, единственное «физическое» решение.
- ▶ Вычисленные параметры стримера совместимы с экспериментом и гидродинамическими моделями.
- ▶ Пороговые поля являются функциями L , причём положительные и отрицательные пороги имеют разные физическими причины. Отрицательный порог совместим с экспериментальным значением $E_{-t} \approx 0.75\text{--}1.25$ MV/m [Raizer, 1991, p. 362], а положительный в нашей модели совместим с экспериментальным значением $E_{+t} \approx 0.45$ MV/m только при заниженном значении коэффициента прилипания.

- ▶ Стримерный разряд в поле E_e длиной L можно описать системой алгебраических уравнений, решая которые получаем «моды» для разных радиусов a .
- ▶ Максимизируя V , получаем предпочтительное, единственное «физическое» решение.
- ▶ Вычисленные параметры стримера совместимы с экспериментом и гидродинамическими моделями.
- ▶ Пороговые поля являются функциями L , причём положительные и отрицательные пороги имеют разные физическими причины. Отрицательный порог совместим с экспериментальным значением $E_{-t} \approx 0.75\text{--}1.25$ MV/m [Raizer, 1991, p. 362], а положительный в нашей модели совместим с экспериментальным значением $E_{+t} \approx 0.45$ MV/m только при заниженном значении коэффициента прилипания.

- ▶ Стримерный разряд в поле E_e длиной L можно описать системой алгебраических уравнений, решая которые получаем «моды» для разных радиусов a .
- ▶ Максимизируя V , получаем предпочтительное, единственное «физическое» решение.
- ▶ Вычисленные параметры стримера совместимы с экспериментом и гидродинамическими моделями.
- ▶ Пороговые поля являются функциями L , причём положительные и отрицательные пороги имеют разные физическими причины. Отрицательный порог совместим с экспериментальным значением $E_{-t} \approx 0.75-1.25$ MV/m [Raizer, 1991, p. 362], а положительный в нашей модели совместим с экспериментальным значением $E_{+t} \approx 0.45$ MV/m только при заниженном значении коэффициента прилипания.

- ▶ Стримерный разряд в поле E_e длиной L можно описать системой алгебраических уравнений, решая которые получаем «моды» для разных радиусов a .
- ▶ Максимизируя V , получаем предпочтительное, единственное «физическое» решение.
- ▶ Вычисленные параметры стримера совместимы с экспериментом и гидродинамическими моделями.
- ▶ Пороговые поля являются функциями L , причём положительные и отрицательные пороги имеют разные физическими причины. Отрицательный порог совместим с экспериментальным значением $E_{-t} \approx 0.75\text{--}1.25$ MV/m [Raizer, 1991, p. 362], а положительный в нашей модели совместим с экспериментальным значением $E_{+t} \approx 0.45$ MV/m только при заниженном значении коэффициента прилипания.

This study was supported by the European Research Council under the European Union's Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013)/ERC grant agreement n. 320839 and the Research Council of Norway under contracts 208028/F50, 216872/F50 and 223252/F50 (CoE).

- N. L. Allen and P. N. Mikropoulos. Dynamics of streamer propagation in air. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 32(8):913, 1999. doi:10.1088/0022-3727/32/8/012.
- N. Y. Babaeva and G. V. Naidis. Dynamics of positive and negative streamers in air in weak uniform electric fields. *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 25(2):375–379, Apr 1997. doi:10.1109/27.602514.
- B. Bagheri, J. Teunissen, U. Ebert, M. M. Becker, S. Chen, O. Ducasse, O. Eichwald, D. Loffhagen, A. Luque, D. Mihailova, J. M. Plewa, J. van Dijk, and M. Yousfi. Comparison of six simulation codes for positive streamers in air. *Plasma Sources Science and Technology*, 27(9):095002, sep 2018. doi:10.1088/1361-6595/aad768.
- E. M. Bazelyan and Y. P. Raizer. *Spark Discharge*. CRC Press, New York, 1998.
- G. Derks, U. Ebert, and B. Meulenbroek. Laplacian instability of planar streamer ionization fronts—an example of pulled front analysis. *Journal of Nonlinear Science*, 18(5):551, Jun 2008. doi:10.1007/s00332-008-9023-0.
- M. D'yakonov and V. Kachorovskii. Streamer discharge in a homogeneous field. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 95(5):1850–1859, 1989.
- G. J. Fishman, P. N. Bhat, R. Malozzi, J. M. Horack, T. Koshut, C. Kouveliotou, G. N. Pendleton, C. A. Meegan, R. B. Wilson, W. S. Paciasas, S. J. Goodman, and H. J. Christian. Discovery of intense gamma-ray flashes of atmospheric origin. *Science*, 264:1313, 1994. doi:10.1126/science.264.5163.1313.
- P. O. Kochkin, A. P. J. van Deursen, and U. Ebert. Experimental study of the spatio-temporal development of metre-scale negative discharge in air. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 47(14):145203, 2014. doi:10.1088/0022-3727/47/14/145203.
- P. O. Kochkin, A. P. J. van Deursen, and U. Ebert. Experimental study on hard x-rays emitted from metre-scale negative discharges in air. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 48(2):025205, 2015. doi:10.1088/0022-3727/48/2/025205.
- A. N. Lagarkov and I. M. Rutkevich. *Ionization Waves in Electrical Breakdown of Gases*. Springer-Verlag, New York, 1994.
- N. G. Lehtinen and N. Østgaard. X-ray emissions in a multi-scale fluid model of a streamer discharge. *J. Geophys. Res.*, 2018. doi:10.1029/2018JD028646.
- N. Liu and V. P. Pasko. Effects of photoionization on propagation and branching of positive and negative streamers in sprites. *J. Geophys. Res.*, 109(A4):A04301, 2004. doi:10.1029/2003JA010064.

- L. B. Loeb. Ionizing waves of potential gradient. *Science*, 148(3676):1417–1426, 1965. doi:10.1126/science.148.3676.1417.
- L. B. Loeb and J. M. Meek. *The Mechanism of the Electric Spark*. Stanford University Press, Stanford University, California, 1941.
- R. Morrow and J. J. Lowke. Streamer propagation in air. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 30(4):614–627, feb 1997. doi:10.1088/0022-3727/30/4/017.
- G. V. Naidis. Positive and negative streamers in air: Velocity-diameter relation. *Phys. Rev. E*, 79:057401, May 2009. doi:10.1103/PhysRevE.79.057401.
- S. V. Pancheshnyi, S. M. Starikovskaia, and A. Y. Starikovskii. Role of photoionization processes in propagation of cathode-directed streamer. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 34(1):105, 2001. doi:10.1088/0022-3727/34/1/317.
- V. P. Pasko. Theoretical modeling of sprites and jets. In M. Füllekrug, E. A. Mareev, and M. J. Rycroft, editors, *Sprites, Elves and Intense Lightning Discharges*, volume 225 of *NATO Science Series II: Mathematics, Physics and Chemistry*, chapter 12. Springer, 2006.
- Y. P. Raizer. *Gas discharge physics*. Berlin: Springer, 1991.
- M. B. Zheleznyak, A. K. Mnatsakanyan, and S. V. Sizykh. Photo-ionization of nitrogen and oxygen mixtures by radiation from a gas-discharge. *High Temp. (USSR)*, 20(3):357–362, 1982.

Slides for extended presentation

Model summary in one figure

Неоднородные поля

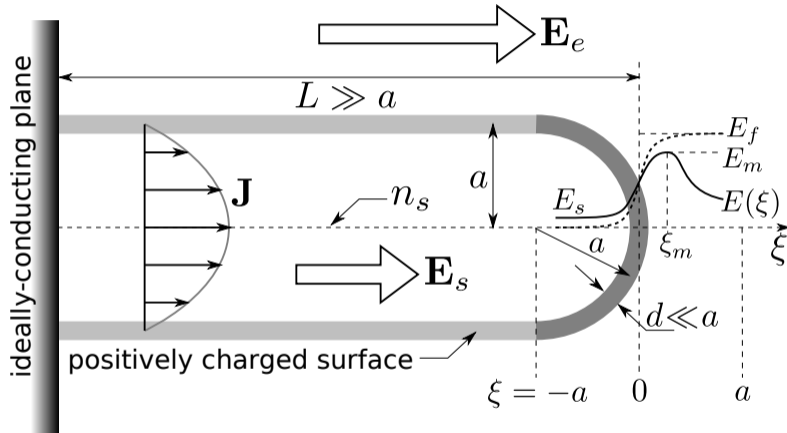


Рис.: The streamer model

